

Утверждения о расположении корней квадратного трехчлена

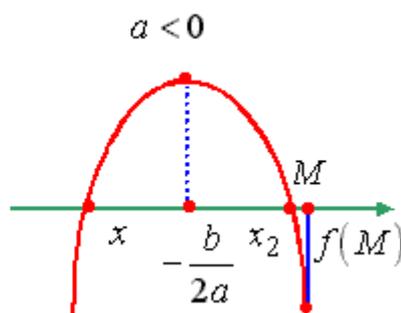
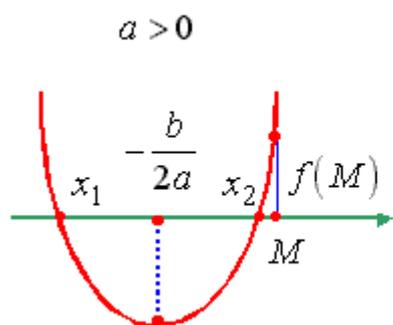
Пусть $f(x)=ax^2+bx+c$ имеет действительные корни x_1 и x_2 , а M – какое-нибудь действительное число, $D=b^2-4ac$.

Утверждение 1. Для того чтобы оба корня квадратного трехчлена были меньше, чем число M (т.е. лежали на числовой оси левее, чем точка M), необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} a > 0 \\ D \geq 0, \\ -\frac{b}{2a} < M, \\ f(M) > 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0 \\ D \geq 0, \\ -\frac{b}{2a} < M, \\ f(M) < 0. \end{cases}$$

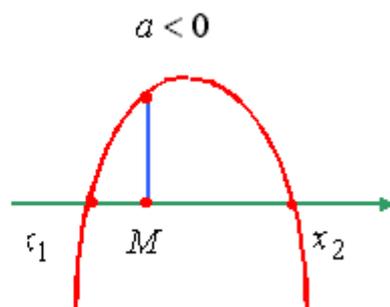
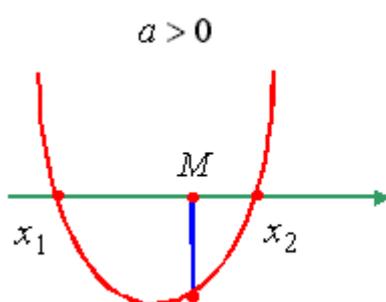


Утверждение 2. Для того чтобы один из корней квадратного трехчлена был меньше, чем число M , а другой больше, чем число M (т.е. точка M лежала бы между корнями), необходимо и достаточно выполнение условий:

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(M) < 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0, \\ f(M) > 0; \end{cases}$$

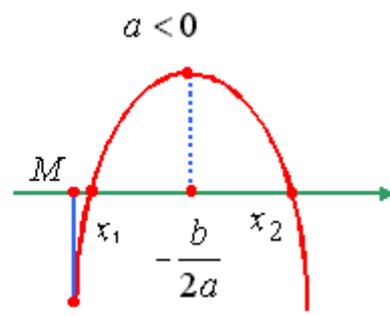
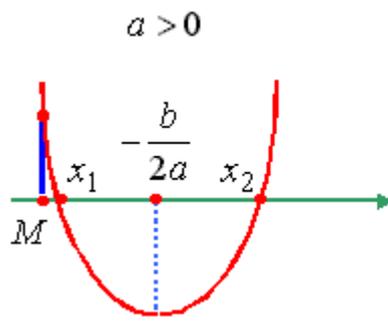


Утверждение 3. Для того чтобы оба корня квадратного трехчлена были больше, чем число M (т.е. лежали на числовой оси правее, чем точка M), необходимо и достаточно выполнение условий:

$$\begin{cases} a > 0 \\ D \geq 0, \\ -\frac{b}{2a} > M, \\ f(M) > 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0 \\ D \geq 0, \\ -\frac{b}{2a} > M, \\ f(M) < 0. \end{cases}$$

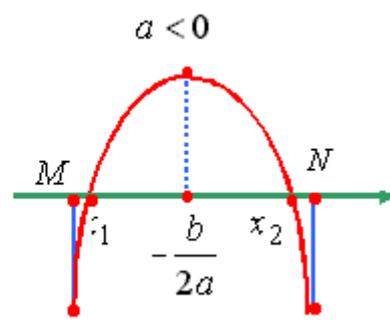
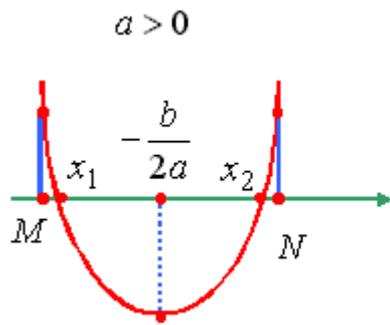


Утверждение 4. Для того чтобы оба корня квадратного трехчлена были больше, чем число M , но меньше, чем число N ($M < N$), т.е. лежали в интервале между M и N , необходимо и достаточно:

$$\begin{cases} a > 0 \\ D \geq 0, \\ M < -\frac{b}{2a} < N, \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0 \\ D \geq 0, \\ M < -\frac{b}{2a} < N, \\ f(M) < 0, \\ f(N) < 0. \end{cases}$$



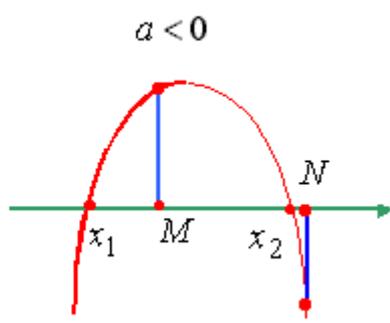
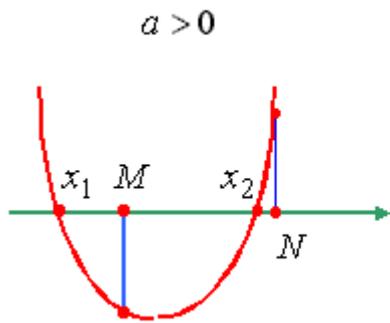
Утверждение 5. Для того чтобы только больший корень квадратного трехчлена лежал в интервале $[M, N]$ ($M < N$), необходимо и достаточно:

$$\begin{cases} a > 0 \\ f(M) < 0, \\ f(N) > 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0 \\ f(M) > 0, \\ f(N) < 0. \end{cases}$$

(при этом меньший корень лежит вне отрезка $[M, N]$).



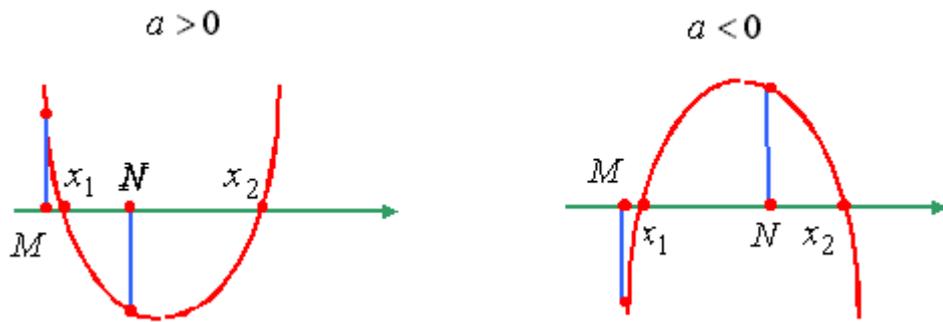
Утверждение 6. Для того чтобы только меньший корень квадратного трехчлена лежал в интервале $[M, N]$, необходимо и достаточно:

$$\begin{cases} a > 0 \\ f(M) > 0, \\ f(N) < 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0 \\ f(M) < 0, \\ f(N) > 0. \end{cases}$$

(при этом больший корень лежит вне отрезка $[M, N]$).



Утверждение 7. Для того чтобы один из корней квадратного трехчлена был меньше, чем M , а другой больше, чем N ($M < N$), т.е. отрезок $[M, N]$ целиком лежал внутри интервала между корнями, необходимо и достаточно:

$$\begin{cases} a > 0 \\ f(M) < 0, \\ f(N) < 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a < 0 \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0. \end{cases}$$

